覆盖粗糙集的图表示和 2-部矩阵

孙 峰[1,2] 王敬前[1]
(闽南师范大学福建省粒计算及其应用重点实验室 漳州 363000)[1]
(漳州职业技术学院计算机工程系 漳州 363000)[2]

摘 要 通过图论和矩阵理论研究覆盖粗糙集。首先提出覆盖的关联二部图,一个覆盖的任意两个关联二部图都是同构的,进而从图论的角度给出一类覆盖近似算子的等价描述;然后给出二部图的 2-部矩阵的定义,通过一个覆盖的关联二部图的 2-部矩阵,既可以判断出这个覆盖是不是一元覆盖,又可以求出这个覆盖中的可约元;最后,研究划分对应的 2-部矩阵的特点。

关键词 覆盖粗糙集,近似算子,一元覆盖,可约元,二部图,2-部矩阵
中图法分类号 TP18 **文献标识码** A

Graph Representation and 2-part Matrix of Covering-based Rough Sets

SUN Feng[1,2] WANG Jing-qian[1]
(Lab of Granular Computing, Minnan Normal University, Zhangzhou 363000, China)[1]
(Department of Computer Engineering, Zhangzhou Institute of Technology, Zhangzhou 363000, China)[2]

Abstract Covering-based rough sets were studied through graphs and matrices. Firstly, bipartite graphs associated with a covering were proposed, and any two of them are isomorphic. Then a type of covering-based lower and upper approximation operators were represented through a bipartite graph associated with a covering. Secondly, the definition of 2-part matrix was presented for bipartite graphs. According to a 2-part matrix of a bipartite graph associated with a covering, not only one can know whether the covering is unary, but also reducible elements of the covering can be obtained. Finally, some characteristics of 2-part matrices of a bipartite graph associated with a partition were studied.

Keywords Covering-based rough set, Approximation operator, Unary covering, Reducible element, Bipartite graph, 2-part matrix

1 引言

粗糙集理论[1]是 1982 年由 Pawlak 提出的一种处理不确定性和不精确性问题的数学工具。它在保持信息系统分类能力不变的前提下通过知识约简导出问题的决策或分类规则。近年来粗糙集已经在属性约简[2]、特征选择[3]、规则获取[4]、知识发现[5]等实际应用方面得到了深入的研究。

覆盖粗糙集[6]是 1983 年 Zakowski 利用论域上的覆盖关系建立起来的一种 Pawlak 粗糙集的推广形式。覆盖是一种非常有用的数据结构,而覆盖粗糙集为这种数据的处理提供了一套系统而高效的理论[6]。由于覆盖型数据的一般性,覆盖粗糙集中的一些问题引起了很多学者的研究兴趣,例如覆盖约简问题[7,8]、近似算子构造问题[9,10]。但是,目前将图论和矩阵理论的知识运用到上述问题的研究成果很少。

在这篇文章中,我们通过结合图论和矩阵理论研究了覆盖粗糙集。首先,给出覆盖的关联二部图的定义,并且一个覆盖的任意两个关联二部图都是同构的,进一步,运用图论中邻域和度数的概念给出一类覆盖上、下近似算子的两种等价描述。然后根据一个覆盖的关联二部图对应的 2-部矩阵,可以不用算每个元素的最小描述就可直接判断出这个覆盖是不是一元覆盖,而且可以求出这个覆盖的可约元。最后,研究划分对应的 2-部矩阵的特点。

2 基本概念

本节给出本文用到的一些有关覆盖粗糙集和图论的基本概念。令 U 是非空有限集合,称为论域。

2.1 覆盖粗糙集

覆盖是一种特殊的数据结构,而覆盖粗糙集为这种数据结构提供了有效和系统的工具。

定义 1(覆盖)[11] 设 $\boldsymbol{C}$ 是 U 上的子集族,如果 $\boldsymbol{C}$ 中所有元都非空,且 $\bigcup \boldsymbol{C}=U$,则称 $\boldsymbol{C}$ 是 U 的一个覆盖。

在覆盖粗糙集中,一对集合常被用来近似地描述一个对象或一个概念。

定义 2(近似算子)[11] 设 $\boldsymbol{C}$ 是 U 的一个覆盖,对任意的

到稿日期:2013-05-15 返修日期:2013-08-14 本文受国家自然科学基金面上项目(61170128),福建省自然科学基金项目(2012J01294),福建省自然科学基金省属高校专项(JK2012028),福建省计算机应用技术和信号与信息系统研究生教育创新基地(闽高教[2008]114 号)资助。
孙 峰(1981—),男,硕士,讲师,主要研究方向为粗糙集与云计算,E-mail:fengstudy@gmail.com;王敬前(1989—),男,硕士生,主要研究方向为粗糙集与粒计算。

$X\subseteq U$，则称

$$X^{*}=\bigcup\{K\in \boldsymbol{C}:K\cap X\neq\emptyset\},X_{*}=\bigcup\{K\in \boldsymbol{C}:K\subseteq X\}$$

分别为 X 的上、下近似。

最小描述是覆盖粗糙集中一个非常重要的概念。

定义 3(最小描述)[11]　设 $\boldsymbol{C}$ 是 U 的一个覆盖，对任意的 $x\in U$，称

$$Md_{\boldsymbol{C}}(x)=\{K\in \boldsymbol{C}:x\in K\wedge(\forall S\in \boldsymbol{C}\wedge x\in S\wedge S\subseteq K\Rightarrow S=K)\}$$

为 x 的最小描述。在不引起混淆的情况下，省略下标 $\boldsymbol{C}$。

根据最小描述的定义，可以得到一类特殊的覆盖。在此覆盖下，每个元素的最小描述的基数都为 1。

定义 4(一元覆盖)[12]　设 $\boldsymbol{C}$ 是 U 的一个覆盖，如果对任意的 $x\in U$，都有 $|Md_{\boldsymbol{C}}(x)|=1$，则称 $\boldsymbol{C}$ 为一元覆盖。

可约元是一个处理知识冗余的有效工具。

定义 5(可约元)[7]　设 $\boldsymbol{C}$ 是 U 的一个覆盖，$K\in \boldsymbol{C}$，如果 K 可以表示成 $\boldsymbol{C}-\{K\}$ 中若干个元的并，则称 K 是 $\boldsymbol{C}$ 的可约元。否则，称 K 不是可约元。

2.2　图论

图是塑造数据之间相关性的离散结构。一个图是由一些结点和连接两个结点之间的连线所组成。

定义 6(图)[13,14]　一个图 G 定义为一个有序对 (V,E)，记为 $G=(V,E)$，其中 V 是一个非空的结点集合，E 是边集合，每条边可以由 V 中的无序点对构成，并将这两个点称为这条边的端点。

下面 3 个定义给出 3 个特殊的图，分别是简单图、二部图和删除一个图的一些点得到的另一个图(实际是原图的一个子图)。

定义 7(简单图)[13,14]　一个环是一条边，它的两个端点是相同的。重边是具有同一对端点的多条边。一个简单图是不含环和重边的图。

定义 8(二部图)[13,14]　图 $G=(V,E)$ 称为二部图。如果 V 是两个互不相交的集合 V_1 和 V_2 的并，使得 G 的每一条边都是由 V_1 中的一个点和 V_2 中的一个点构成。经常记为 $G=(V_1\cup V_2,E)$。

定义 9(删除点)[13,14]　图 $G=(V,E)$，若 $V_1\subset V$，则用 $G\backslash V_1$ 表示从 G 中删去 V_1 内的所有点以及与这些顶点相关联的边所得到的图。

3　图和矩阵的应用

这一节主要用图论和矩阵理论的知识来解决覆盖粗糙集中的近似算子构造问题、一元覆盖判断问题和覆盖约简问题。

3.1　覆盖近似算子的图表示

本小节通过定义覆盖的关联二部图，给出某一类覆盖近似算子的等价描述。首先通过覆盖的关联二部图来描述一个论域和它的任意一个覆盖的关系。

定义 10　设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 的一个覆盖，其中 $J=\{1,2,\cdots,n\}$ 为 $\boldsymbol{C}$ 的有限指标集。我们定义一个二部图 $G(\boldsymbol{C})$，称为 $\boldsymbol{C}$ 的关联二部图，其中它的点集合为 $U\cup J$，边集合为 $\{xy:x\in U,y\in J,x\in K_y\}$。

注：在图论中，节点集合中的任意两个节点是可以连接成边的，但由于覆盖的关联二部图是二部图，因此是不能任意连接两个点的，比如 U(或 J)中的元素是不能相连的。

为了进一步说明怎样得到一个覆盖的关联二部图，我们给出下面的例子。

例 1　设 $U=\{a,b,c,d\}$，$K_1=\{a,b\}$，$K_2=\{b,c\}$，$K_3=\{a,b,c\}$，$K_4=\{a,d\}$ 并且 $\boldsymbol{C}=\{K_1,K_2,K_3,K_4\}$，则 $\boldsymbol{C}$ 的一个关联二部图 $G(\boldsymbol{C})$ 如图 1 所示。

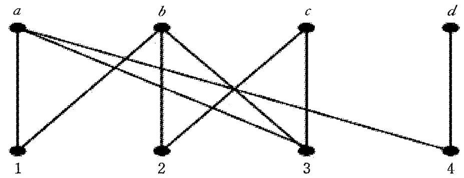

图 1　$\boldsymbol{C}$ 的一个关联二部图

同一个覆盖会有多个关联二部图，例如在例 1 中，如果 $U=\{b,a,c,d\}$，$K_1=\{b,c\}$，$K_2=\{a,b\}$，$K_3=\{a,d\}$，$K_4=\{a,b,c\}$，并且 $\boldsymbol{C}=\{K_1,K_2,K_3,K_4\}$，则 $\boldsymbol{C}$ 的另一个关联二部图如图 2 所示。

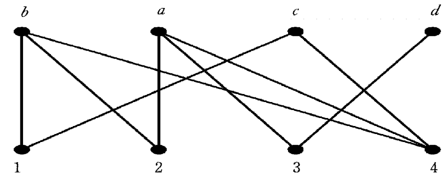

图 2　$\boldsymbol{C}$ 的另一个关联二部图

为了解决覆盖关联矩阵的多样性这一问题，下面首先给出两个简单图同构的定义。

定义 11(同构)[13,14]　从简单图 $G=(V(G),E(G))$ 到简单图 $H=(V(H),E(H))$ 的同构是一个双射，$f:V(G)\to V(H)$，使得 $uv\in E(G)$ 当且仅当 $f(u)f(v)\in E(H)$。如果存在从 G 到 H 的同构，我们说是 G 同构于 H，记为 $G\cong H$。

换句话说，两个简单图同构时，两个图的顶点之间具有保持相邻关系的一一对应。在图论中，同构的图有相同的结构，差异只是顶点和边的名称不同，或两个图的形状不同。因此，在图论中，同构的图可以看作是相同的。

下面的命题说明一个覆盖的任意两个关联二部图是同构的。也就是说，从同构的角度出发，一个覆盖的关联二部图是唯一的。

命题 1[15]　设 $\boldsymbol{C}$ 是 U 的一个覆盖，$G_1(\boldsymbol{C})$ 和 $G_2(\boldsymbol{C})$ 是 $\boldsymbol{C}$ 的两个关联二部图，则 $G_1(\boldsymbol{C})\cong G_2(\boldsymbol{C})$。

在图 $G=(V,E)$ 中，任何点 $a\in V$ 的邻域表示为 $N_G(a)=\{b\in V:ab\in E\}$。下面的命题从图论中邻域的角度给出覆盖上、下近似算子的表示。

定理 1　设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 的一个覆盖。对任意的 $X\subseteq U$，

$$X^{*}=\bigcup\{N_{G(\boldsymbol{C})}(j):j\in J,N_{G(\boldsymbol{C})\backslash(U-X)}(j)\neq\emptyset\},$$

$$X_{*}=\bigcup\{N_{G(\boldsymbol{C})}(j):j\in J,N_{G(\boldsymbol{C})}(j)=N_{G(\boldsymbol{C})\backslash(U-X)}(j)\}。$$

证明：对任意 $i\in J$，根据定义 10 可知 $N_{G(\boldsymbol{C})}(i)=K_i$。首先证明 $X^{*}=\bigcup\{N_{G(\boldsymbol{C})}(j):j\in J\wedge N_{G(\boldsymbol{C})\backslash(U-X)}(j)\neq\emptyset\}$。对任意的 $j\in J$，$N_{G(\boldsymbol{C})\backslash(U-X)}(j)\neq\emptyset$，等价于存在 $x\in X$ 使得 $x\in K_j$，即 $N_{G(\boldsymbol{C})}(j)\cap X\neq\emptyset$。故上式成立；

接着证明 $X_{*}=\bigcup\{N_{G(\boldsymbol{C})}(j):j\in J\wedge N_{G(\boldsymbol{C})}(j)=N_{G(\boldsymbol{C})\backslash(U-X)}(j)\}$。

对于任意的 $j\in J$，$N_{G(\boldsymbol{C})}(j)=N_{G(\boldsymbol{C})\backslash(U-X)}(j)$，根据定义 9 和定义 10，等价于 $N_{G(\boldsymbol{C})\backslash(U-X)}(j)=N_{G(\boldsymbol{C})}(j)\cap X=N_{G(\boldsymbol{C})}(j)$，

即 $N_{G(C)}(j)\subseteq X$。因此上式成立。证毕。

在图 $G=(V,E)$ 中，点 $a\in V$ 的度数是指与 a 关联的边数(一条环要计算两次)，记作 $d_G(a)$。若 $G=(V,E)$ 是简单图，则 $d_G(a)=|N_G(a)|$。下面命题从图论中邻域和度数的角度给出覆盖上、下近似算子的另外一个表示。

定理 2 设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 的一个覆盖。对任意的 $X\subseteq U$，

$X^*=\bigcup\{N_{G(C)}(j):j\in J,d_{G(C\setminus(U-X))}(j)>0\}$，

$X_*=\bigcup\{N_{G(C)}(j):j\in J,d_{G(C)}(j)=d_{G(C\setminus(U-X))}(j)\}$。

证明：根据定义 10 可知，$G(\boldsymbol{C})$ 为简单二部图。因此 $d_{G(C)}(a)=|N_{G(C)}(a)|$，故上近似显然成立。接下来只需证明 $X_*=\bigcup\{N_{G(C)}(j):j\in J,d_{G(C)}(j)=d_{G(C\setminus(U-X))}(j)\}$。对于 $j\in J$，$d_{G(C)}(j)=d_{G(C\setminus(U-X))}(j)$ 等价于 $|N_{G(C)}(j)|=|N_{G(C\setminus(U-X))}(j)|$。根据定义 9 和定义 10 可知，$N_{G(C)}(j)=N_{G(C\setminus(U-X))}(j)$。故上式成立。证毕。

3.2 2-部矩阵

本小节通过定义二部图的 2-部矩阵，给出了判断一个覆盖是不是一元覆盖的方法，并且给出求这个覆盖可约元的方法。进一步给出划分所对应的 2-部矩阵的特点。

图 G 的一条路是指由顶点和边构成的一个有限非空序列 $v_0e_1v_1e_2v_2\cdots e_kv_k$，使得对 $1\leqslant i\leqslant k$，e_i 的端点是 v_{i-1} 和 v_i。称 $v_0e_1v_1e_2v_2\cdots e_kv_k$ 是从 v_0 到 v_k 的一条路，其长度是指其中边的数目。下面首先给出二部图的 2-部矩阵的定义。

定义 12 设 $G=(V_1\cup V_2,E)$ 是一个二部图，其中 $V_1=\{x_1,\cdots,x_n\}$，$V_2=\{y_1,\cdots,y_m\}$，则 $A(V_1)=(a_{ij})_{n\times n}$ 是 G 的一个 2-部矩阵，其中 $a_{ij}\subseteq V_2$ 表示从 x_i 到 x_j 长度为 2 的路所经过的中间结点的集合。

由定义可知一个二部图对应两个 2-部矩阵。覆盖的关联二部图的 2-部矩阵，实际上主要是由这个覆盖决定的，因此也可以称为覆盖的 2-部矩阵。下面的例子进一步从覆盖的关联二部图的角度说明 2-部矩阵的定义。

例 2(继续例 1)

$$A(U)=\begin{array}{c}\\ a\\ b\\ c\\ d\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} a & b & c & d\end{array}\\ \begin{pmatrix}\{1,3,4\} & \{1,3\} & \{3\} & \{4\}\\ \{1,3\} & \{1,2,3\} & \{2,3\} & \varnothing\\ \{3\} & \{2,3\} & \{2,3\} & \varnothing\\ \{4\} & \varnothing & \varnothing & \{4\}\end{pmatrix}\end{array}$$

$$A(J)=\begin{array}{c}\\ 1\\ 2\\ 3\\ 4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4\end{array}\\ \begin{pmatrix}\{a,b\} & \{b\} & \{a,b\} & \{a\}\\ \{b\} & \{b,c\} & \{b,c\} & \varnothing\\ \{a,b\} & \{b,c\} & \{a,b,c\} & \{a\}\\ \{a\} & \varnothing & \{a\} & \{a,d\}\end{pmatrix}\end{array}$$

对于 U 的任意覆盖 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$，根据 2-部矩阵的定义可知，$A(J)$ 和 $A(U)$ 都是方阵并且都是对称的。在下文中，主要讨论 $A(J)$，根据这个矩阵既可以判断一个覆盖是不是一元覆盖，又可以求这个覆盖的可约元。

下面这个命题首先给出 $A(J)$ 中每个元素所代表的真实意义。

命题 2 设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 的一个覆盖，$A(J)=(a_{ij})_{|J|\times|J|}$，则 $a_{ij}=K_i\cap K_j$。

证明：根据定义 12 可知，$a_{ij}\subseteq U$。对于任意的 $x\in a_{ij}$，都有 xi 和 xj 是 $G(\boldsymbol{C})$ 中的边。根据定义 10，$x\in K_i$ 并且 $x\in K_j$，即 $x\in K_i\cap K_j$。故 $a_{ij}\subseteq K_i\cap K_j$。另一方面，对于任意的 $x\in K_i\cap K_j$，根据定义 10，xi 和 xj 都是 $G(\boldsymbol{C})$ 中的边，分别记为边 e_i 和 e_j。因此有从 i 点到 j 点长度为 2 的路 ie_ixe_jj，根据定义 12 可知，$x\in a_{ij}$，即 $K_i\cap K_j\subseteq a_{ij}$。综上所述 $a_{ij}=K_i\cap K_j$。证毕。

下面的命题给出根据一个覆盖所对应的 2-部矩阵怎样判断该覆盖是不是一元覆盖。这种方法可以避免传统的先求所有元素的最小描述、再判断一元覆盖的方法，因为有些时候我们只需要知道这个覆盖是不是一元覆盖，而无需知道每个元素的最小描述的情况。

命题 3 设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 的一个覆盖，$A(J)=(a_{ij})_{|J|\times|J|}$，如果存在 $a_{ij}\neq\varnothing(1\leqslant i<j\leqslant|J|)$，使得对任意的 $l\in J$ 都有 $a_{ll}\not\subseteq a_{ij}$，则 $\boldsymbol{C}$ 不是 U 的一元覆盖；否则 $\boldsymbol{C}$ 是一元覆盖。

证明：因为 $a_{ij}\neq\varnothing(i<j)$，根据命题 2，存在 $x\in U$，使得 $x\in K_i\cap K_j$。又因为对任意的 $l\in J$ 都有 $a_{ll}\not\subseteq a_{ij}$，所以任意的 $K_l\in\boldsymbol{C}$ 都有 $K_l\not\subseteq K_i$ 并且 $K_l\not\subseteq K_j$。根据定义 3，$\{K_i,K_j\}\subseteq Md(x)$，即 $|Md(x)|>1$。故 $\boldsymbol{C}$ 不是 U 的一元覆盖；否则 $\boldsymbol{C}$ 是一元覆盖。证毕。

例 3(继续例 1) 根据 $A(J)=(a_{ij})_{4\times4}$，可知存在 $a_{12}=\{b\}$，使得对任意的 $l\in J$ 都有 $a_{ll}\not\subseteq a_{12}$，故 $\boldsymbol{C}$ 不是 U 的一元覆盖。

下面的命题说明根据一个覆盖所对应的 2-部矩阵怎样得到该覆盖的可约元。

命题 4 设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 的一个覆盖，$A(J)=(a_{ij})_{|J|\times|J|}$。如果 $a_{ii}=\bigcup\{a_{ij}:i\neq j\wedge a_{ij}=a_{jj}\}$，则 a_{ii} 是 $\boldsymbol{C}$ 的可约元。

证明：如果 $a_{ij}=a_{jj}$，根据命题 2，$K_i\cap K_j=K_j$，即有 $K_j\subseteq K_i$。因为 $a_{ii}=\bigcup\{a_{ij}:i\neq j\wedge a_{ij}=a_{jj}\}$，所以 $K_i=\bigcup\{K_j\in\boldsymbol{C}:i\neq j\wedge K_j\subseteq K_i\}=\bigcup\{K_j\in\boldsymbol{C}:K_j\subset K_i\}$。因此 K_i 可以表示成 $\boldsymbol{C}-\{K_i\}$ 中一些元素的并，根据定义 5，K_i 是 $\boldsymbol{C}$ 的可约元，即 a_{ii} 是 $\boldsymbol{C}$ 的可约元。证毕。

例 4(继续例 1) 根据 $A(J)=(a_{ij})_{4\times4}$，可知 $a_{11}=\{a,b\}$，$a_{22}=\{b,c\}$，$a_{44}=\{a,d\}$ 都不是 $\boldsymbol{C}$ 的可约元，而 $a_{33}=\bigcup\{a_{31},a_{32}\}$，即 $\{a,b,c\}=\bigcup\{\{a,b\},\{b,c\}\}$，因此 a_{33} 是 $\boldsymbol{C}$ 的可约元。

下面给出当 $\boldsymbol{C}$ 是 U 的一个划分时，$A(J)$ 和 $A(U)$ 的特点。

命题 5 设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 上的一个划分，$A(J)=(a_{ij})_{|J|\times|J|}$，则 $A(J)$ 是对角阵。

命题 6 设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 U 上的一个划分，$A(U)=(a_{ij})_{|U|\times|U|}$，则 $|a_{ij}|\leqslant1$。

实际上，一个覆盖的关联二部图对应一个如下的矩阵。设 $\boldsymbol{C}=\{K_i:i\in J\}$ 是 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$ 的一个覆盖，其中 $J=\{1,2,\cdots,n\}$。定义 $B(U,J)=(a_{ij})_{m\times n}$，其中 a_{ij} 为图 $G(\boldsymbol{C})$ 中以 x_i 为起点且以 $j\in J$ 为终点的边的数目。这个矩阵是 $G(\boldsymbol{C})$ 的邻接矩阵[13,14]的一个子矩阵，而且也是 $\boldsymbol{C}$ 的表示矩阵[9]，并得到了很好的应用。

结束语 本文从图论和矩阵理论的角度研究了覆盖粗糙集。通过定义覆盖关联二部图，用图论的知识直观地表示了某一类覆盖近似算子。接着通过定义二部图的 2-部矩阵，给出了根据一个覆盖的关联二部图的 2-部矩阵来判断这个覆

(下转第 109 页)

[5] Koodli R. Fast Handovers for Mobile IPv6 [S]. IETF RFC 4068. July 2005

[6] Soliman H, Castelluccia C, ElMalki K, et al. Hierarchical Mobile IPv6 (HMIPv6) Mobility Management [S]. IETF RFC 5380. Oct. 2008

[7] Gundavelli S, Leung K, Devarapalli V, et al. Proxy Mobile IPv6 [S]. IETF RFC 5213. Aug. 2008

[8] Yokota H, Chowdhury K, Koodli R, et al. Fast Handovers for Proxy Mobile IPv6 [S]. IETF RFC 5949. Sept. 2010

[9] Makaya C, Pierre S. An analytical framework for performance evaluation of IPv6-based mobility management protocols [J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2008, 7(3): 972-983

[10] Lee J H, Han Y H, Gundavelli S, et al. A comparative performance ananlysis on Hierarchical Mobile IPv6 and Proxy Mobile IPv6 [J]. Telecommunication Systems, 2009, 41(4): 272-292

[11] Lee J H, Chung T M. How much do we gain by introducing route optimization in Proxy Mobile IPv6 Network? [J]. Annals of Telecommunications, 2010, 65(5/6): 233-246

[12] Hossain M S, Atiquzzaman M. Cost analysis of mobility protocols [J]. Telecommunication Systems, 2011, 11(2): 1-15

[13] Lee J H, Pack S, You I, et al. Cost analysis of IP mobility management protocols for consumer mobile devices [J]. IEEE Transactions on Consume Electronics, 2010, 56(2): 1010-1017

[14] Raghavendra R, Belding E M, Papagiannaki K, et al. Unwanted Link Layer Traffic in Large IEEE 802.11 Wireless Networks [J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2010, 9(9): 1212-1225

[15] Purushothaman R, Roy S. FastScan: a handoff scheme for voice over IEEE 802.11 WLANs [J]. Wireless Networks, 2010, 16(7): 2049-2063

[16] Xu C Q, Teng J, Jia W J. Enabling faster and smoother handoffs in AP-dense 802.11 wireless networks [J]. Computer Communications, 2010, 33(15): 1795-1803

[17] Shin S, Forte A G, Rawat A S, et al. Reducing MAC layer handoff latency in IEEE 802.11 wireless LANs [C] // Proceeding of the 2nd International Workshop on Mobility Management and Wireless Access Protocols. New York, USA, ACM CS-Press, 2004: 19-26

[18] Kim I, Kim Y T. Prediction-based smart channel scanning with minimized service disruption for IEEE 802.11e WLAN [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2011, 57(2): 386-394

[19] Chatterjee S, Sarddar D, Saha J, et al. An Improved Mobility Management Technique for IEEE 802.11 based WLAN by Predicting the Direction of the Mobile Node [C] // 2012 National Conference on Computing and Communication Systems, Piscataway. New Jersey, USA, IEEE Press, 2012: 1-5

[20] Lee S, Kim M, Kang S, et al. Smart Scanning for Mobile Devices in WLANs [C] // 2012 IEEE International Conference on Communication. Piscataway, New Jersey, USA, IEEE Press, 2012: 4960-4964

[21] IEEE Computer Society. IEEE Standard for Information technology Telecommunications and information exchange between systems Local and metropolitan area networks Specific requirements Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications [S]. New York, USA, March 2012

[22] Phan T H, Lambertsen G, Yamada T. Seamless handover supported by parallel polling and dynamic multicast group in connected WLAN micro-cells system [J]. Computer Communications, 2012, 35(1): 89-99

[23] Yoo J, Luo H, Kim C K. Joint uplink/downlink opportunistic scheduling for Wi-Fi WLANs [J]. Computer Communications, 2008, 31(14): 3372-3383

[24] Yoo J, Kim C. On the hidden terminal problem in multi-rate ad hoc wireless networks [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2005, 3391: 479-488

[25] Lee J H, Kim M, Koh B S. Adaptive authentication and registration key management scheme based on AAA architecture [J]. Intelligent Automation and Soft Computing, 2010, 16(4): 519-536

(上接第 87 页)

盖是否为一元覆盖以及求出这个覆盖的可约元的方法。进一步研究了划分对应的2-部矩阵的特点。这些结果为进一步通过矩阵理论和图论研究覆盖粗糙集奠定了基础。

参 考 文 献

[1] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356

[2] 王炜,徐章艳,李晓瑜. 不完备决策表中基于对象矩阵属性约简算法[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 201-204

[3] Hu Q H, An S, Yu D R. Soft fuzzy rough sets for robust feature evaluation and selection[J]. Information Sciences, 2010, 180(22): 4384-4400

[4] Yang X B, Xie J, Song X N, et al. Credible rules in incomplete decision system based on descriptors[J]. Knowledge Based Systems, 2009, 22(1): 8-17

[5] Zhong N. Rough sets in knowledge discovery and data mining [J]. Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Systems, 2001, 13: 581-591

[6] Zakowski W. Approximations in the space (U, Ⅱ)[J]. Demonstration Mathematical, 1983, 16: 761-769

[7] Zhu W, Wang F Y. Reduction and axiomization of covering generalized rough sets[J]. Information Sciences, 2003, 152: 217-230

[8] 覃丽珍,姚炳学,李金海. 基于信息量的完备覆盖约简算法[J]. 计算机科学, 2012, 39(10): 235-239

[9] 王石平,朱清新,祝峰,等. 邻域粗糙集的矩阵表示与公理化[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版, 2012, 35(12): 1624-1627

[10] Yao Y Y, Yao B X. Covering based rough set approximations [J]. Information Sciences, 2012, 200: 91-107

[11] Bonikowski Z, Bryniarski E, Wybraniec U. Extensions and intentions in the rough set theory[J]. Information Sciences, 1998, 107: 149-167

[12] Zhu W, Wang F Y. Relationships among three types of covering rough sets[C] // Granular Computing, 2006 IEEE Internatioanl Conference. 2006: 43-48

[13] West D B. Introduction to Graph Theory[M]. Beijing: China Machine Press, 2004

[14] 殷剑宏,吴开亚. 图论及其算法[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社, 2003

[15] Wang S P, Zhu W, Min F. Bipartite graphs and coverings[J]. Rough Sets and Knowledge Technology, 2011, 6954: 722-727