

# 基于最小最大割算法的阈值分割算法

刘雅坤 于双元 罗四维

(北京交通大学计算机与信息技术学院 北京 100044)

**摘要** 近年来,建立在图论基础上的谱聚类算法作为一种新型的工具被应用于图像分割。其本质是将图像分割转化为最优化问题,其中的最小最大割算法(Min-max cut)能充分满足聚类算法的准则。算法实现过程中,把最优化准则转化为特征系统进行求解。该实现方法计算复杂,随着图像尺寸的增加,所需存储空间和计算时间复杂度都会增加。在实现最小最大割算法时,用基于灰度级的权值矩阵代替通常所用的基于图像像素的权值矩阵来描述图像各像素的关系,确定分割的阈值。实验表明,此方法实现的最小最大割算法实现简单、实时性高,具有自动分割等优越的分割性能。

**关键词** 谱聚类,图论,最小最大割算法,图像阈值分割

中图法分类号 TP391 文献标识码 A

## Threshold Image Segmentation Based on Min-max Cut Algorithm

LIU Ya-kun YU Shuang-yuan LUO Si-wei

(Department of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract** In recent years, the spectral clustering algorithm based on graph theory is a new tool to be applied to image segmentation. Essentially, image segmentation is to be converted into the optimization problem, and the minimum cut algorithm (Min-max cut) can fully meet the criteria of the clustering algorithm. In the process of implementation, optimization criteria into eigen system solves the problem. The implementation is computationally complex, and the required storage space and computing time complexity are increased as the image size increases. In the page, when Min-max cut algorithm is achieved, the weight matrices used in evaluating the graph cuts are based on the gray levels of an image, rather than the commonly used image pixels to determine the segmentation threshold. Experimental results show that the Min-max cut segmentation algorithm that this method achieves is simple, real-time, and has automatic segmentation and other superior segmentation performance.

**Keywords** Spectral clustering, Graph theory, Min-max cut algorithm, Image threshold segmentation

图像分割是数字图像处理和计算机视觉中最重要的任务之一,其目的是根据图像的区域内满足一定的灰度、纹理等特征的相似性准则,分割图像的各个特征区域并提取出感兴趣的目标<sup>[1]</sup>。很多重要应用都需要依靠图像分割,例如图像编码、基于内容的图像检索、模式识别等。正是这些重要的应用技术的发展促使了大量高质量的图像分割技术的产生,特别是基于图论的图像分割技术。它具有高度的灵活性,提供统一框架来处理图像的颜色、纹理、噪声和特征等。

基于图论的图像谱分割技术是将图像映射为一个带权无向图,把图像中的单个像素或小区域作为无向图中的节点,利用最小割准则得到图像的最佳分割。该方法在本质上将图像分割问题转化为图的最优化问题,是一种对点聚类的方法。常见基于图论的割集准则有:最小割(Minimum cut)算法<sup>[2]</sup>、标准割(Normalized cut)算法<sup>[3]</sup>、比例分割(Ratio cut)算法<sup>[4]</sup>、最小最大割(Min-max cut)<sup>[5]</sup>、算法平均割(Average cut)算

法<sup>[6]</sup>、等周割集(Isoperimetric ratio)<sup>[7]</sup>等。最小最大割算法(Mcut)完全满足聚类算法的一般准则<sup>[8]</sup>:类内样本相似度最大,类间样本相似度最小。因此,Mcut 比其他割集算法有更好的分割性能。

本文实现了基于特征系统的 Mcut 算法,同时提出了基于 Mcut 的阈值分割算法。Mcut 阈值分割算法的基本思想:采用基于灰度级的权值矩阵  $M(256 \times 256)$  来代替通常所用的基于图像像素的权值矩阵来描述图像各像素的关系。对每一个门限  $t$ ,利用灰度级矩阵  $M$  可以快速地求出 Mcut 的值,其最小的 Mcut 对应的门限  $t$  即为最佳阈值。此求解分割方法能避免特征系统求解问题,减少算法时间复杂度和空间复杂度,提高算法实时性。

## 1 基于谱聚类的分割算法

任意特征空间的点集可以表示成无向加权图  $G = (V,$

到稿日期:2013-06-02 返修日期:2013-08-21 本文受国家自然科学基金(61272354)资助。

刘雅坤(1988—),女,硕士,主要研究方向为分布式计算、图像分割,E-mail:11120464@bjtu.edu.cn;于双元(1965—),女,副教授,主要研究方向为分布式计算、网格计算、对等网络、图像分割,E-mail:shyyu@bjtu.edu.cn(通信作者);罗四维(1943—),男,博士,教授,主要研究方向为神经网络、多媒体计算机技术。

$E$ )。其中节点集合用  $V$  表示,图  $G$  的阶  $N=|V|$ 。连接任意两个节点的边的集合用  $E$  表示,连接两个节点( $\mu, \nu$ )的边赋予权值  $w(\mu, \nu)$ 。对于图像来说,每个像素作为一个节点,其向量空间可包含像素的颜色信息和位置信息,权重  $w(\mu, \nu)$  表示节点  $\mu$  和  $\nu$  之间的差异或者相似度<sup>[9]</sup>。

假设图像节点集分为  $A$  和  $B$  两个独立的子集,其中  $B=V-A$ 。如果不间断地移去连接这两个子集的边,那么  $A$  和  $B$  两个子集的不相似程度可描述为移去的所有边的权值之和,即代价函数文中称为割<sup>[10]</sup>。可描述如下:

$$cut(A, B) = \sum_{\mu \in A, \nu \in B} w(\mu, \nu) \quad (1)$$

Wu 和 Leahy 提出最小割准则,当  $cut(A, B)$  取最小时是图的最佳划分。但是该方法容易划分出图中的孤立节点<sup>[11]</sup>。为了克服这种现象,Shi 和 Malik 提出标准割算法,即使用体积对割集的权值进行归一化,式(2)描述标准化割集算法的割:

$$Ncut = \frac{cut(A, B)}{asso(A, V)} + \frac{cut(A, B)}{asso(B, V)} \quad (2)$$

式中,  $asso(A, V) = \sum_{\mu \in A, \nu \in V} W(\mu, \nu)$  为  $A$  中节点与图中所有节点的连接权值之和。当类间重叠较大时,Ncut 算法容易出现倾斜划分<sup>[12]</sup>。2001 年 Ding 等人为了克服 Ncut 算法容易出现倾斜划分的缺点,提出最小最大割集准则。式(3)描述了最小最大割集的割:

$$Mcut = \frac{cut(A, B)}{asso(A, A)} + \frac{cut(A, B)}{asso(B, B)} \quad (3)$$

聚类算法的一般准则:类内样本相似度大,类间样本相似度小。那么类内样本相似度  $asso(A, A)$  和  $asso(B, B)$  的值应该大,类间相似度  $cut(A, B)$  的值应该小。 $Mcut$  的最小值能够充分满足聚类算法的准则<sup>[12]</sup>。求  $Mcut$  最小值来实现图像的分割,即目标函数是  $\min Mcut$ 。该目标函数可以转化为特征系统式(4)进行求解:

$$(D-W)y = \lambda/(1+\lambda)Dy \quad (4)$$

$W$  是一个对称的权值矩阵,元素为  $w(\mu, \nu)$ ,它表示两个节点  $\mu$  和  $\nu$  之间的相似程度; $D$  是结点的度矩阵,对角阵  $D=diag(d_1, d_2, \dots, d_n)$ 。

$$d_i = \sum_j w(i, j) \quad (5)$$

$\lambda$  和  $y$  分别为对应的特征值和特征向量。特征系统的次小特征值对应的特征矢量即 Fielder 矢量可以用来完成全图的最优划分<sup>[13]</sup>, $Mcut$  割集算法得到的最优划分既能消除歪斜划分又能保证子类之间的分离度最大,对图像的分割结果也较为理想。然后递归调用该方法,进一步对分割得到的子图进行分割,直至满足某一终止条件为止。

如果要处理的是一个较大的图像,则采用传统的  $Mcut$  算法,并且在计算中使用基于像素的邻接权值矩阵,该权值矩阵  $W$  的维数必定会相应的较大,根据公式将求解一个  $N \times N$  维的特征系统。此时即使采用近似优化算法<sup>[10]</sup>来实现,对于大尺度的图像而言其算法的复杂度仍然非常高。另外,根据特征系统求解出的特征值有时会非常小,所以计算特征值时产生的微小误差也会对图像的分割效果产生严重的影响。以上这些因素限制了各领域对  $Mcut$  算法的应用。

## 2 本文算法

在文献[14]中提出了基于标准割的阈值分割算法,本文

阈值分割建立在最小最大割算法基础上。令  $V=\{(i, j); i=0, 1, \dots, n_k-1; j=0, 1, \dots, n_w-1\}, L=\{0, 1, \dots, 255\}$ , 其中  $n_k$  和  $n_w$  分别表示图像的高度和宽度,令  $f(x, y)$  为图像在像素  $(x, y)$  处的灰度值,则  $V$  和  $f(x, y)$  满足如下条件:

$$f(x, y) \in L, \forall (x, y) \in V \quad (6)$$

$$V_k = \{(x, y); f(x, y) = k, (x, y) \in V\}, k \in L \quad (7)$$

$$\bigcup_{k=0}^{255} V_k = V, V_j \cap V_k = \emptyset, k \neq j, k, j \in L \quad (8)$$

对任意门限  $t (0 \leq t < 255)$ , 得到图像对应的图  $G(V, E)$  的一个划分,  $A$  和  $B$  可分别表示为:

$$A = \bigcup_{k=0}^t V_k, B = \bigcup_{k=t+1}^{255} V_k, k \in L \quad (9)$$

$$\begin{aligned} cut(A, B) &= \sum_{\mu \in A, \nu \in B} w(\mu, \nu) = \sum_{\mu \in A} (\sum_{\nu \in B} w(\mu, \nu)) \\ &= \sum_{i=0}^t \sum_{j=t+1}^{255} [\sum_{\mu \in V_i, \nu \in V_j} w(\mu, \nu)] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} assoc(A, A) &= \sum_{\mu \in A, \nu \in A} w(\mu, \nu) = \sum_{i=0}^t \sum_{j=i}^t [\sum_{\mu \in V_i, \nu \in V_j} w(\mu, \nu)] \\ & \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} assoc(B, B) &= \sum_{\mu \in B, \nu \in B} w(\mu, \nu) = \sum_{i=t+1}^{255} \sum_{j=i}^{255} [\sum_{\mu \in V_i, \nu \in V_j} w(\mu, \nu)] \\ & \quad (12) \end{aligned}$$

令  $cut(V_i, V_j) = \sum_{\mu \in V_i, \nu \in V_j} w(\mu, \nu)$  为  $V_i$  中所有节点(其灰度级为  $i$ )与  $V_j$  中所有节点(其灰度级为  $j$ )间总的连接权值之和,式(10)~式(12)可以转化为:

$$cut(A, B) = \sum_{i=0}^t \sum_{j=i+1}^{255} cut(V_i, V_j) \quad (13)$$

$$assoc(A, A) = \sum_{i=0}^t \sum_{j=i}^t cut(V_i, V_j) \quad (14)$$

$$assoc(B, B) = \sum_{i=t+1}^{255} \sum_{j=i}^{255} cut(V_i, V_j) \quad (15)$$

同时可以证明下列公式成立<sup>[3]</sup>:

$$assoc(A, V) = assoc(A, A) + cut(A, B) \quad (16)$$

$$assoc(B, V) = assoc(B, B) + cut(A, B) \quad (17)$$

令  $M_{i,j} = cut(V_i, V_j)$  为  $256 \times 256$  对称矩阵( $i, j$ )处的元素,且  $m_{i,j} = m_{j,i}$ 。给定一幅图像,通过计算图像中节点之间的权值可以构建基于灰度级的权值矩阵  $M$ 。由于  $M$  是一个对称矩阵,因此只对它的上三角部分进行分析<sup>[15]</sup>,形状如图 1 所示。

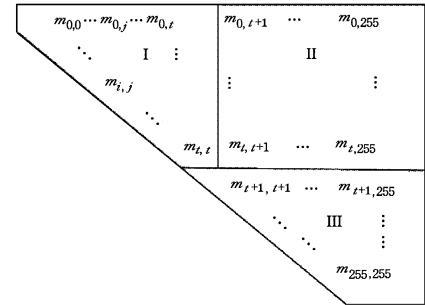


图 1 对称矩阵  $M = [m(i, j)]^{256 \times 256}$

根据式(13)~(17)可知对于每一个门限  $t$  所对应的  $cut(A, B)$ 、 $assoc(A, A)$ 、 $assoc(B, B)$  的值分别是图 1 中 II、I、III 的元素之和,即图 1 中 I 内元素之和构成了  $assoc(A, A)$  的值,II 内元素之和构成了  $cut(A, B)$  的值,III 内元素之和构成了  $assoc(B, B)$  的值。那么对应的  $Mcut$  割集为:

$$Mcut = \frac{II}{I} + \frac{II}{III} \quad (18)$$

于是,对于每一个可能的门限  $t$  能简单地求出其对应的  $Mcut(A, B)$  的值,而且矩阵  $M$  的大小不大于  $256 * 256$ ,与图像的大小无关,与  $N \times N$  的矩阵相比减少了参加计算的数据的个数,从而可以降低算法的时间复杂性,同时减少了存储空间的需求,降低了算法的空间复杂性。

### 3 算法实现步骤

下面首先具体介绍通过特征系统求解  $Mcut$  算法的实现步骤:

输入:原始图像  $I$ ,有效距离  $r$ ,灰度高斯函数的标准方差  $\delta_I$ ,空间距离高斯函数的标准方差  $\delta_X$ ,停止分割时聚类内最小节点个数  $sArea$ , $Mcut$  最大阈值  $SMcut$ 。

输出: $k$  个聚类

第 1 步 构造  $N \times N (N=|V|)$  对称权重矩阵  $W=G(V, E)$ 。连接两个节点  $i$  和  $j$  的权重可以通过以下方法求得:

$$w_{i,j} = |I_i - I_j| \quad (19)$$

$$w_{i,j} = \exp\left(-\frac{\|I_i - I_j\|^2}{\delta_I^2}\right) \quad (20)$$

$$w_{i,j} = \begin{cases} \exp\left[-\frac{\|F(i) - F(j)\|^2}{\delta_I^2} - \frac{\|X(i) - X(j)\|^2}{\delta_X^2}\right], & \|X(i) - X(j)\|_2 < \gamma \\ 0, & \|X(i) - X(j)\|_2 \geq \gamma \end{cases} \quad (21)$$

式(19)一式(21)权函数中,对于灰度图像, $F(i, j)$  的值为像素的灰度值, $X(i)$  为像素的空间坐标, $\delta_I$  为灰度高斯函数的标准方差, $\delta_X$  为空间距离高斯函数的标准方差, $r$  为两像素之间的有效距离,超过这一距离则认为两像素之间的相似度为 0。此相似度函数认为,两像素之间的灰度值越接近则两像素之间的相似度越大,两像素之间的距离越近则其相似度也越大<sup>[15]</sup>。式(19)只考虑了灰度关系,式(20)只考虑了距离关系。本文选取式(21)构造权值矩阵。

本文特征空间选择距离特征空间,文中选取的是像素的欧式空间坐标值。亮度特征空间文中选取的是像素的灰度值(0~255)。然后构造  $N \times N$  维的对角矩阵  $D$ 。

第 2 步 转化为特征系统求解。计算  $(D-W)y = \frac{\lambda}{1+\lambda} Dy$  特征值和特征向量。选取第二小的特征值对应的特征向量。实现过程中,Matlab 有函数  $eigs$  解决此问题。

$$[U, S] = eigs(D-W, D, 2, 'sm')$$

$$U2 = U(:, 2)$$

第 3 步 用特征值来分割图。理想情况下,子集  $A$  和  $B$  被分割需满足下列条件: $A = \{V_i \mid y_i > 0\}$ , $B = \{V_j \mid y_j < 0\}$ 。然而,在实际状况中  $y$  放宽条件采取实际值。因此需要一个分割点  $t$  来分割图。主要有 3 种方法:

①采用 0,即  $t=0$ 。

②采用中间值, $t=median(U2)$ 。

③检索  $Mcut=(A, B)$  最小时对应的分割点。此分割点可以通过式(22)求得:

$$\frac{y^T(D-W)y}{y^T Dy} \quad (22)$$

式中, $y=(1+x)-b(1-x)$ , $b=\frac{k}{(1-k)}$ , $k=\frac{\sum d_i}{\sum d_i}$ 。

最优分割点一般在特征向量的平均值附近,Matlab 中函数  $fminsearch$  实现多元函数最优解。

### 第 4 步 递归分割。

本文  $Mcut$  算法实现时,停止递归分割的条件有两个,一个  $Mcut$  大于预先设定阈值  $SMcut$ , $Mcut$  值比较大意味着不存在清晰的分割点;同时对分割结果的大小也进行了限制,分割区域中节点总数小于一个预先设定阈值  $sArea$  时,则停止分割。

$Mcut$  伪代码:

$Mcut$  算法

```
Function[SEG]=Mcut_Partition(I, W)
    W=Compute_W(I, SI, SX, r);
    [U, S]=eigs(D-W, D, 2, 'sm')
    U2=U(:, 2)
    t=mean(U2);
    t=fminsearch(t, [], U2, W, D);
    A=find(U2 > t);
    B=find(U2 <= t);
    mcut=McutValue(t, U2, W, D);
    if (length(A) < sArea || length(B) < sArea) || mcut > SMcut
        return;
    [SegA McutA]=McutPartition(I(A), W(A, A), sMcut, sArea)
    [SegB McutB]=McutPartition(I(B), W(B, B), sMcut, sArea)
```

本文提出基于  $Mcut$  阈值分割算法的实现步骤如下:

输入:原始图像  $I$ ,有效距离  $r$ ,灰度高斯函数的标准方差  $\delta_I$ ,空间距离高斯函数的标准方差  $\delta_X$ 。

输出: $K$  个聚类。

第 1 步 根据式(21)构造权值矩阵  $W$ 。

第 2 步 构造矩阵  $M$ , $m_{i,j} = cut(V_i, V_j)$ 。

第 3 步 在 0~255 之间搜索使式(18)最小的阈值  $t$ 。

第 4 步 单阈值分割图像。

### 4 实验结果和分析

采用一系列的图像进行实验来测试本文方法的性能,并与一些具有代表性的基于图论的图像分割算法进行结果对比。为了使结果更有实际意义,本文选取的测试图像为实际图像,图片分为两类,一类图像有明确的目标和背景,而且能够通过某个门限准确地将目标从实际背景中分割出来,理想的阈值分割结果以及对应的门限采用手动分割的方法由我们视觉来决定。另一类图像背景和目标没有明确的分离,图像的灰度分布比较均匀,这一类图像用于与其他基于图论的图像分割算法进行对比。

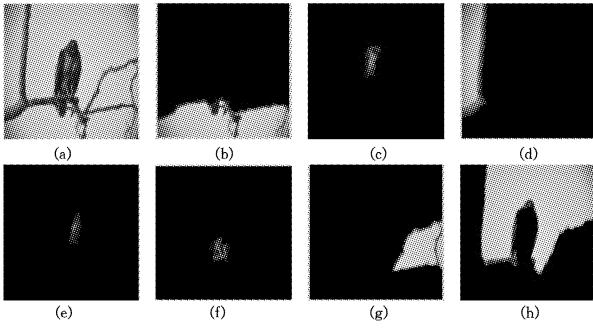
本文选取的代表性的基于图论的图像分割算法有:标准割(Normalized cut)算法<sup>[3]</sup>、比例分割(Ratio cut)算法<sup>[4]</sup>、最小最大割(Min-max cut)<sup>[5]</sup>、算法平均割(Average cut)算法<sup>[6]</sup>。上述比对算法按照本文的思想进行实现,公式的转换如表 1 所列。

表 1 比对算法公式转换

| 算法             | 算法的割集准则  | 转换后结果  |
|----------------|--|--|
| Normalized Cut | $Ncut = \frac{cut(A, B)}{asso(A, V)} + \frac{cut(A, B)}{asso(B, V)}$ | $Ncut = \frac{II}{I+II} + \frac{II}{III+II}$ |
| Ratio cut      | $Rcut = \frac{cut_1(A, B)}{cut_2(A, B)}$                             | $Rcut = \frac{II}{\min(A, B)}$               |
| Average cut    | $Acut = \frac{cut(A, B)}{ A } + \frac{cut(A, B)}{ B }$               | $Acut = \frac{II}{ A } + \frac{II}{ B }$     |

本文选取 4 张灰度图片进行实验:Bird、Camera、Typhoon、Monkey。图像大小为  $150 * 150$ ,4 张图像的灰度分布

越来越均匀。图 2 所示为原基于特征系统实现的最小最大割算法对图像的分割效果,其不仅把鸟分割出来,还把鸟身上有明显标志的腿、翅膀分割出。图 2 显示了原始图像和本文基于最小最大割算法的阈值分割结果。



(a) 原始图像;(b)–(h) 图像分割的结果  
(SI=5;SX=6;r=1.5;sMcut=0,14;sArea=260)

图 2 Mcut 原始算法

本文提出基于最小最大割算法的阈值分割算法,阈值分割效果比较理想,如图 3 所示。无论是有明确目标和背景的 Camera,还是没有明确目标和背景的 Monkey,阈值分割结果比较都理想。表 2 是 Mcut 和其他基于图论的阈值分割算法的分割结果,结果对比表明:基于 Mcut 阈值分割算法与其他基于图论的阈值分割算法相比,对于有明确目标和背景的图像 Bird、Camera 分割效果没有很大差别,阈值  $T$  变化不大,没有充分体现 Mcut 阈值分割算法的优越性。但是对于没有明确目标和背景即灰度分布比较均匀的图像 Typhoon、Monkey,实验结果有很大差别,阈值  $T$  变化比较大。实验结果图 4 中,基于 Mcut 算法的阈值分割算法实验结果清晰,显现了轮廓,没有分割不足,也没有过分割,没有过分显示细节。基于 Mcut 阈值分割算法,既可以对有明确背景和目标图像实现目标提取,也可以对没有明确背景或目标均匀分布图像实现比较好的阈值分割。

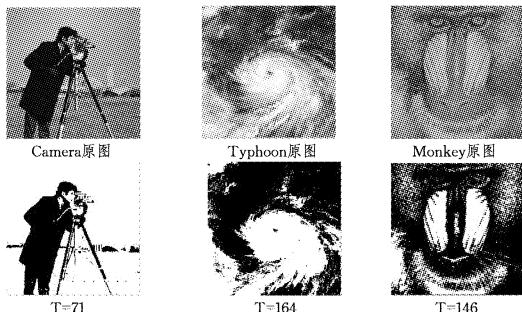


图 3 基于 Mcut 割集的阈值分割算法分割结果( $T$  为对应的阈值)

表 2 图像分别进行 Mcut 割集、Ncut 割集、Acut 割集、Rcut 割集的阈值分割结果

| 图像      | 参数 r | Mcut<br>割阈值 T | Ncut<br>割阈值 T | Acut<br>割阈值 T | Rcut<br>割阈值 T |
|---------|------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Bird    | 1.5  | 186           | 186           | 186           | 192           |
| Camera  | 1.5  | 71            | 71            | 68            | 71            |
| Typhoon | 1.5  | 164           | 188           | 188           | 146           |
| Monkey  | 1.5  | 146           | 162           | 159           | 129           |
| Bird    | 3    | 185           | 185           | 183           | 185           |
| Camera  | 3    | 154           | 154           | 154           | 151           |
| Typhoon | 3    | 164           | 188           | 188           | 146           |
| Monkey  | 3    | 146           | 162           | 159           | 129           |

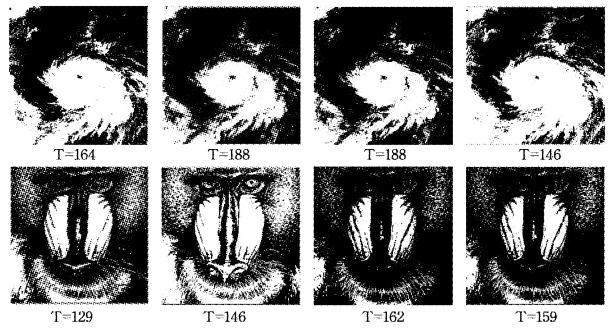


图 4 与基于(从左到右依次是)Mcut 割集、Ncut 割集、Acut 割集、Rcut 割集的阈值分割结果比对(算法得到的阈值  $T$  写在方法对应的图片的下方)

表 1 显示出其他基于图论的阈值算法的公式。Mcut 的阈值分割算法分母只与类内样本相似性相关。对于表 1 中公式的分母, Ncut 算法分母与样本整体相似性(区域内样本相似性和区域间样本相似性)相关,Rcut、Acut 转化后的分母只是接近类内样本相似性。

Bird 图像中像素灰度集中,直方图分布不均匀,图像有明确的目标和背景。这样的图像目标和背景两个区域间相似性  $cut(A, B)$  很小,背景(或目标)区域内相似性  $cut(A, A)$ 、 $cut(B, B)$  很大。图像整体样本相似性中,背景(或目标)区域内相似性在与整个图像相似性中区域内相似占有很大部分,可以忽略区域间  $cut(A, B)$  区域间的相似性的影响。所以,在分割有明确目标和背景的图像时,基于图论分割的不同算法有几乎相同的阈值  $T$ 。Monkey 是灰度分布最均匀的图像,图像没有明确的目标和背景区分。区域间相似性  $cut(A, B)$  与区域内相似性  $cut(A, A)$ 、 $cut(B, B)$  大小接近。图像整体样本相似性中,背景(或目标)区域内相似性只是整体相似的一部分,稍微有所改变都能影响图像的分割结果。所以对于 Monkey 图像,表 1 中各公式分母的值都有较大的改变,得到的阈值也有不同。

**结束语** Min-max 算法原理完全满足谱分技术的一般性原则,但是它转化成特征系统实现求解过程十分复杂。文中第 3 节将最小最大割算法在代码级别上进行微小的改进,使得算法计算时间减少,但是这不能从根本上提高算法的效率。算法实现需要反复不断地尝试输入条件中的  $sArea$ 、 $sMcut$  直到分割出比较理想的结果。本文提出的基于 Min-max 阈值算法有效克服了这一计算瓶颈问题。构建基于灰度级的邻接权值矩阵,通过权值矩阵  $M$  可快速得到每个阈值  $t$  对应的  $Mcut$  值,选用最小  $Mcut$  值对应的门限  $t$  对图像进行阈值分割。理论分析及实验结果均表明,Mcut 阈值分割算法分割结果比较理想,缩减了算法运算时间,能够有效地应用于实时视觉场。

## 参 考 文 献

- [1] 章毓晋. 图像分割[M]. 北京:科学出版社,2001;1-2
- [2] Wu Z Y, Leahy R. An optimal graph theoretic approach to data clustering: Theory and it's application to image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 1993 (11):1101-1113
- [3] Shi J, Malik J. Normalized cuts and image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence,

- 2000(8):888-905
- [4] Wang S, Siskind J M. Image segmentation with ratio-cut [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2003(6):675-690
  - [5] Ding C H Q, He Xiaofeng, Zha Hongyuan. A Min-max Cut Algorithm for Graph Partitioning and Data Clustering [C]// Proceeding of the 2001 IEEE International Conference on Data Mining. 2001
  - [6] Sarkar S, Boyer K L. Quantitative Measures of Change Base on Feature Organization: Eigenvalues and Eigenvectors[C]// Proc IEEE Conf Computer Vision and Pattern Recognition. 1996
  - [7] Grady L, Schwartz E L. Isoperimetric Graph Partitioning for Image Segmentation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(3):469-475
  - [8] 石殿国. 基于图论的灰度图像分割[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2009
  - [9] 刘建龙. 基于图论的图像分割算法研究[D]. 黑龙江: 哈尔滨工业大学理学院物理系, 2006
  - [10] 闫成新, 桑农, 张天序. 基于图论的图像分割研究进展[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(5):11-14
  - [11] 曹建农, 方丹霞. 基于图论的图像分割方法及其局限性研究[J]. 测绘技术装备, 2006, 8(2):12-14
  - [12] Xie Feng, Shen Yi, He Xiao-fei. K-way Min-max Cut for Image Clustering and Junk Images Filtering from Google Images[C]// Proceeding of the International Conference on Multimedia. New York, USA, 2010:803-806
  - [13] Nie Fei-ping, Ding C, Luo Di-jun. Improved Min-Max Cut Graph Clustering with Nonnegative Relaxation[C]// Proceeding of the 2010 European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Data Bases. Berlin, 2010:451-466
  - [14] 陶文兵, 金海. 一种新的基于图谱理论的图像阈值分割方法[J]. 计算机学报, 2007(1):110-119
  - [15] 陈彦至, 黄永锋. Ncut 在图像分割中的应用[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(1):228-233
  - [16] 陈应良. 图像谱方法分割的研究及应用[J]. 计算机应用, 2008: 67-82
  - [17] 程正兴. 小波分析算法与应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998

(上接第 94 页)

后的第一个 IMF 能量作为高铁故障特征向量  $T$ , 将各个速度下的 4 种工况的  $T$  作为 BP 神经网络的输入进行分类识别研究。实验结果表明, 不管是在速度较大还是速度较小时, 该故障诊断方法都能有效识别高铁故障, 但随着速度的减小, 该故障诊断方法的诊断正确率呈下降趋势。此外, 通过同基于单个特征的故障诊断实验的对比, 表明融合后的特征比单个特征更能全面反映高铁故障信息, 能有效提高高铁故障诊断性能。

## 参 考 文 献

- [1] Pincus S M. Approximate entropy as a measure of system complexity[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 1991, 88(6):2297-2301
- [2] Fleisher L A, Pincus S M, Rosenbaum S H. Approximate entropy of heart rate as a correlate of postoperative ventricular dysfunction[J]. Anesthesiology, 1993, 78(4):683-692
- [3] Pincus S M. Approximate entropy (ApEn) as a complexity measure. Chaos[J]. An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 1995, 5(1):110-117
- [4] 胡红英, 马孝江. 局域波近似熵及其在机械故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2006, 25(4):38-40
- [5] He Yong-yong, Huang Jun, Zhang Bo. Approximate entropy as a nonlinear feature parameter for fault diagnosis in rotating machinery[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(4): 1-14
- [6] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1998, 454(1971):903-995
- [7] Banerjee T P, Das S, Roychoudhury J, et al. Implementation of a new hybrid methodology for fault signal classification using short-time fourier transform and support vector machines[C]// International Conference on Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications (SOCO). 2010:219-225
- [8] Rosero J, Romeral J A O, Romeral L, et al. Short circuit fault detection in PMSM by means of empirical mode decomposition (EMD) and wigner ville distribution (WVD)[C]// International Conference on Applied Power Electronics Conference and Expo-sition (APEC). Austin, TX, England, 2008:98-103
- [9] Saravanan N, Ramachandran K I. Incipient gear box fault diagnosis using discrete wavelet transform (DWT) for feature extraction and classification using artificial neural network (ANN) [J]. Expert systems with applications, 2010, 3(37):4168-4181
- [10] 杨俊燕, 张优云, 赵荣珍. 支持向量机在机械设备振动信号趋势预测中的应用[J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(9):950-953
- [11] Wu Jian-da, Tsai Y J. Speaker identification system using empirical mode decomposition and an artificial neural network[J]. Expert System with Application, 2011, 38(5):6112-6117
- [12] Yadav S K, Kalra P K. Fault diagnosis of internal combustion engine using Empirical Mode Decomposition[C]// International Conference on Image and Signal Processing and Analysis. Salzburg, Austria, 2009:40-46
- [13] Huang N E, Adib A, Larb S D, et al. A blind digital audio watermarking scheme based on EMD and UIISA techniques[J]. Multimedia Tools and Application, 2013, 64(3):809-829
- [14] 乔新勇, 刘建敏, 张小明. 基于神经网络信息融合的发动机失火故障诊断[J]. 内燃机工程, 2009, 30(2):74-79
- [15] Zhang Lie-ping, Wang Shou-feng. Fault Diagnosis of Induction Motor Rotor Based on BP Neural Network and D-S Evidence Theory[C]// International Conference on Intelligent Control and Automation. Beijing, China, 2012:3292-3297
- [16] 王琦, 汪同庆, 叶庆卫. 轻轨锚固螺杆振动信号 EMD 处理研究 [J]. 振动与冲击, 2008, 27(6):178-181
- [17] Zhang Hai-yong, Gai Qiang. Research on Properties of Empirical Mode Decomposition Method[J]. Intelligent Control and Automation, 2006, 2:10001-10004
- [18] 赵林海, 蔡伯根, 邱宽民. 基于 HHT 和 DBWT 的无绝缘轨道电路补偿电容故障诊断[J]. 铁道学报, 2011, 33(3):49-54
- [19] 吴蒙, 贡璧, 何振亚. 人工神经网络和机械故障诊断[J]. 振动工程学报, 1993, 6(2):153-162
- [20] Yu Jian-li, Niu Xiao-juan, Han Yang, et al. The Fault Diagnosis of Transformer Based on BP Neural Network[C]// International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering. Sanya, China, 2012, 1:487-489
- [21] Zhou Fang, Ji Jian-heng, Feng De-zhen. The Application of BP Neural Network on Mechanical Failure Classification[M]. Intelligent Systems and Applications, 2009, 1-3